

Переходные процессы и характеристики моделей вход-выход

Будем рассматривать линейные стационарные динамические системы, описываемые на интервале времени $[0, t_f]$, где $t_f > 0$, дифференциальным уравнением [M1] с начальными условиями $y(0) = y_0$, $\dot{y}(0) = \dot{y}_0$, ..., $y^{(n-1)}(0) = y_0^{(n-1)}$ и достаточно гладким входным воздействием $u(t)$.

2.2.1. Переходные процессы. Решением дифференциального уравнения [M1] называется функция

$$(2.18) \quad y(t) = y(y_0, \dot{y}_0, \dots, y_0^{(n-1)}, t),$$

которая при $t = 0$ удовлетворяет начальным условиям, а для любых $t \in [0, t_f]$ уравнению [M1]. С этим определением тесно связаны понятие *фазовых переменных* системы, к которым относятся функции, $y(t)$, $\dot{y}(t)$, ..., $y^{(n-1)}(t)$, удовлетворяющие уравнению [M1], и понятие переходного процесса. *Переходным процессом* называют процесс изменения во времени различных переменных системы (фазовых и входных переменных, отклонений и т.д.), в ходе которого система изменяет свое состояние. Переходный процесс может быть получен в аналитическом или графическом виде. К графическим формам переходного процесса относятся

- временные диаграммы переменных системы: $y(t)$, $\dot{y}(t)$, ..., $u(t)$ и т.д.;
- фазовые траектории (или интегральные кривые, см. п. 3.3).

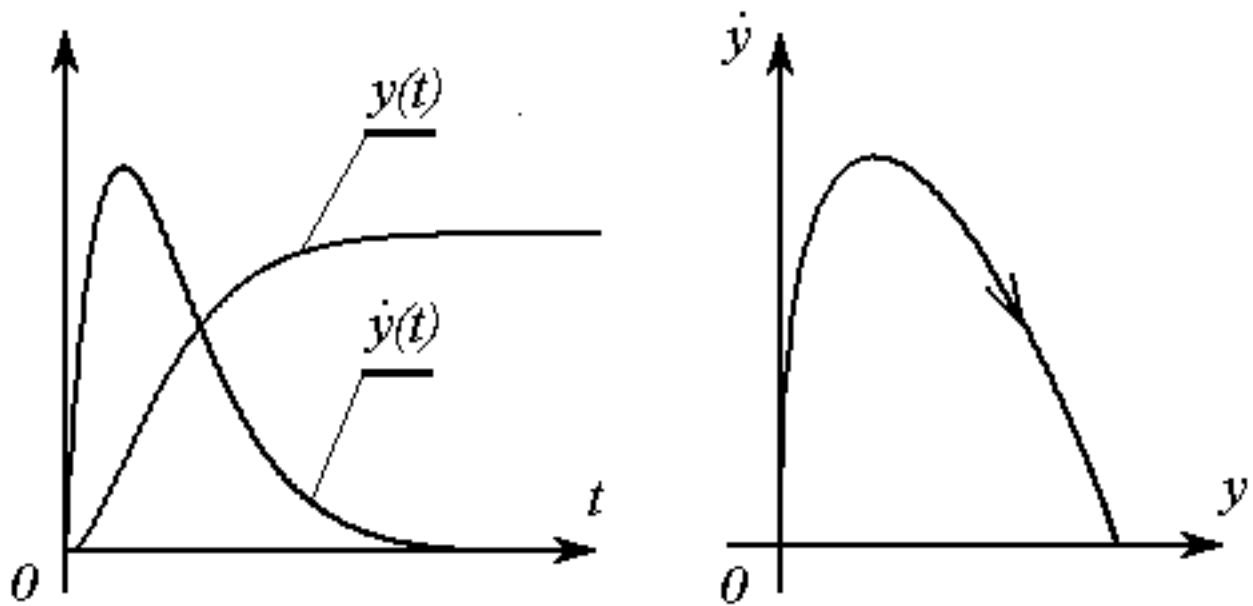
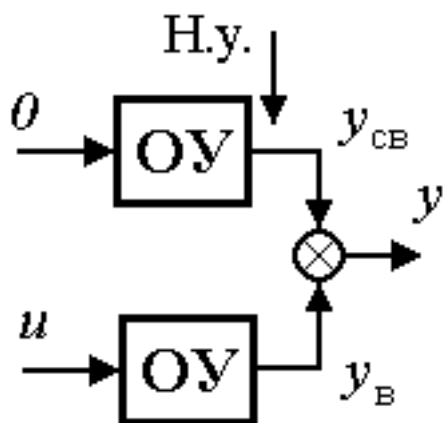


Рис . 2.3 . Переходные процессы: временные диаграммы и фазовая траектория

Решение $y(t)$ может быть представлено в виде

$$(2.19) \quad y(t) = y_{св}(t) + y_{в}(t) ,$$



т.е. содержит две составляющие. Вынужденная составляющая $y_{в}(t)$ соответствует

переходному процессу системы [М1] при начальных условиях: $y_0^{(1)} = 0$ и является реакцией системы на входное воздействие $u(t)$. Свободная составляющая $y_{св}(t)$, или переходный процесс автономной системы, соответствует решениям однородного дифференциального уравнения [М1 а] и зависит от начальных условий $y_0, \dot{y}_0, \dots, y_0^{(n-1)}$

2.2.2. Процессы автономной системы. Поведение автономной системы и свободная составляющая переходного процесса $y_{св}(t)$ зависит от полюсов системы, т.е. корней p_i характеристического уравнения $a(p) = 0$ (см. также п. 3.3). Корни принимают вещественные значения

$$p_i = \alpha_i,$$

или представлены комплексно-сопряженными парами:

$$p_{i,j+1} = \alpha_i \pm j\beta_i,$$

где $\alpha_i = \operatorname{Re} p_i$ - вещественная часть корня, $(\beta_i = \operatorname{Im} p_i)$ - коэффициент мнимой части.

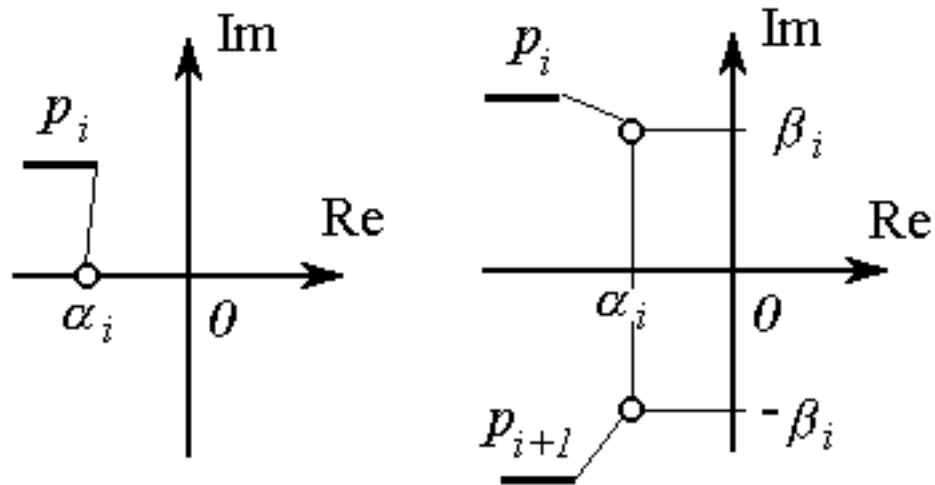


Рис. 2.4. Полюсы системы

Для случая неравных корней свободная составляющая определяется выражением:

$$(2.20) \quad y_{св}(t) = \sum y_i(t) = \sum C_i e^{p_i t},$$

где $C_i = C_i(y_0, \dot{y}_0, \dots, y_0^{(n-1)})$ - неопределенные коэффициенты,
 $y_i = C_i e^{p_i t}$ - свободные колебания системы, или моды.

Вещественному корню $p_i = \alpha_i$ соответствует *апериодическая* составляющая переходного процесса

$$(2.21) \quad y_i(t) = C_i e^{\alpha_i t},$$

Рис. 2.5. Аperiodический процесс

Паре комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения соответствует колебательная составляющая

$$(2.22) \quad ,$$

где A - амплитуда, φ - фаза колебаний, ω - угловая частота.

Рис. 2.6. Колебательный процесс

Если среди корней характеристического уравнения имеются равные, то выражение (2.20) не справедливо. Так, паре равных вещественных корней